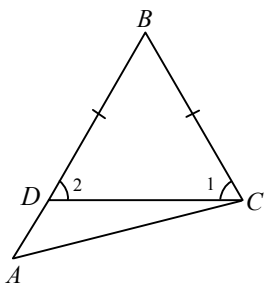


Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника

Теорема. В треугольнике: 1) против большей стороны лежит больший угол; и наоборот, 2) против большего угла лежит большая сторона.

Сначала докажем, что против большей стороны лежит больший угол.



Дано: $\triangle ABC$, $AB > BC$.

Доказать: $\angle C > \angle A$.

Доказательство

На стороне AB отложим отрезок $BD = BC$. Так как $BC < AB$, то и $BD < AB$, поэтому точка D лежит между точками A и B . Следовательно, $\angle 1$ является частью $\angle C \triangle ABC$. Значит, $\angle C > \angle 1$.

Так как $\angle 2$ – внешний угол $\triangle ADC$ при вершине D , то $\angle 2 > \angle A$, потому что внешний угол треугольника больше любого внутреннего угла, не смежного с ним.

Так как $BC = BD$ по построению, то $\triangle BCD$ равнобедренный, поэтому $\angle 1 = \angle 2$ как углы при основании равнобедренного $\triangle BCD$.

Получили, что, $\angle C > \angle 1$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 > \angle A$, значит, $\angle C > \angle A$.

Итак, в треугольнике: против большей стороны лежит больший угол.

Теперь докажем, что против большего угла лежит большая сторона.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle C > \angle A$.

Доказать: $AB > BC$.

Доказательство (методом от противного)

1) Предположим, что $AB > BC$ – неверно. Тогда либо $AB = BC$, либо $AB < BC$.

2) Если $AB = BC$, то $\triangle ABC$ – равнобедренный и, значит, $\angle C = \angle A$.

Если $AB < BC$, то $\angle C < \angle A$ по доказанному выше.

Получили, что $\angle C = \angle A$ или $\angle C < \angle A$. И то, и другое противоречит условию теоремы, что $\angle C > \angle A$.

3) Получили противоречие с условием теоремы. Значит предположение, что $AB > BC$ – неверно было неверным, значит $AB > BC$.

Итак, в треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

Ч.т.д.

Доказанную теорему можно сформулировать следующим образом: в треугольнике против меньшей стороны лежит меньший угол; и наоборот, против меньшего угла лежит меньшая сторона.

Следствия

- 1) В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.
- 2) Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный (признак равнобедренного треугольника).